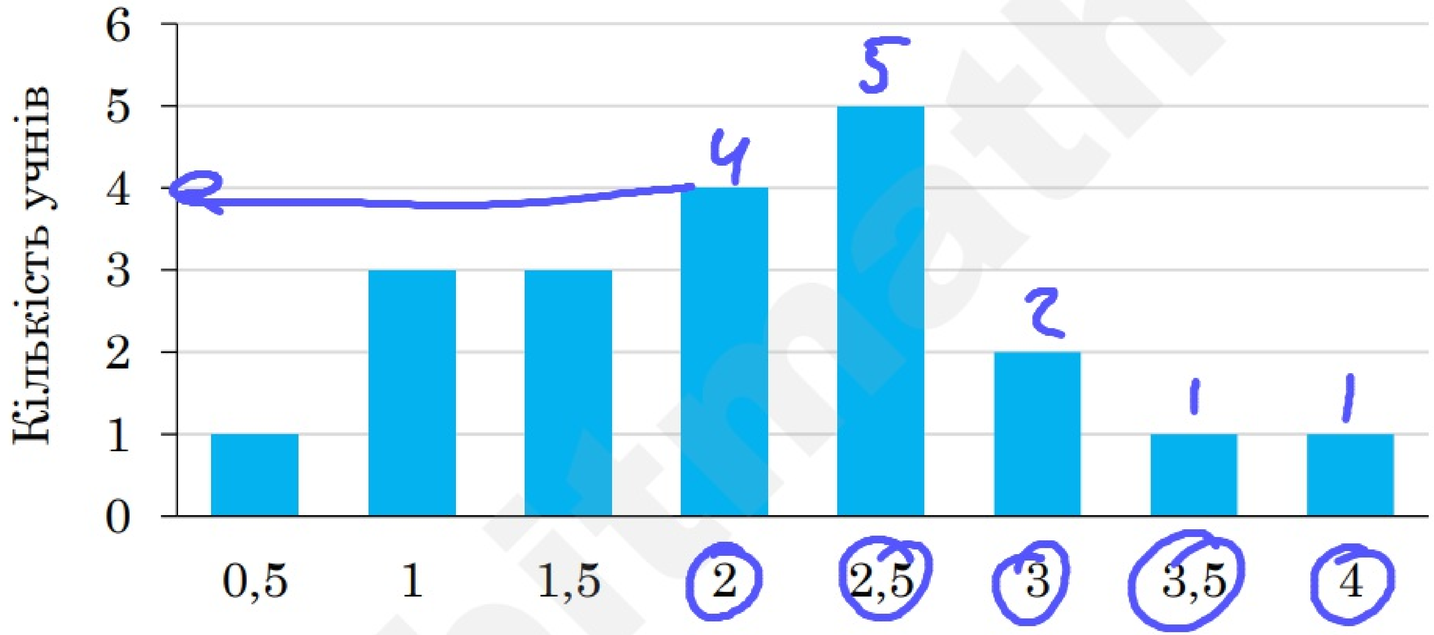
НМТ 2025 12.06.25

завдання з математики

1. $4x + x^2 - 5 - 2x^2 - 4x + 19 =$ $-x^2 + 14$

А	Б	В	Г	Д
$2x^2 - 3x + 14$	$x^2 + 14$	$-x^2 + 14$	$2x^2 - 3x - 24$	$-x^2 - 24$

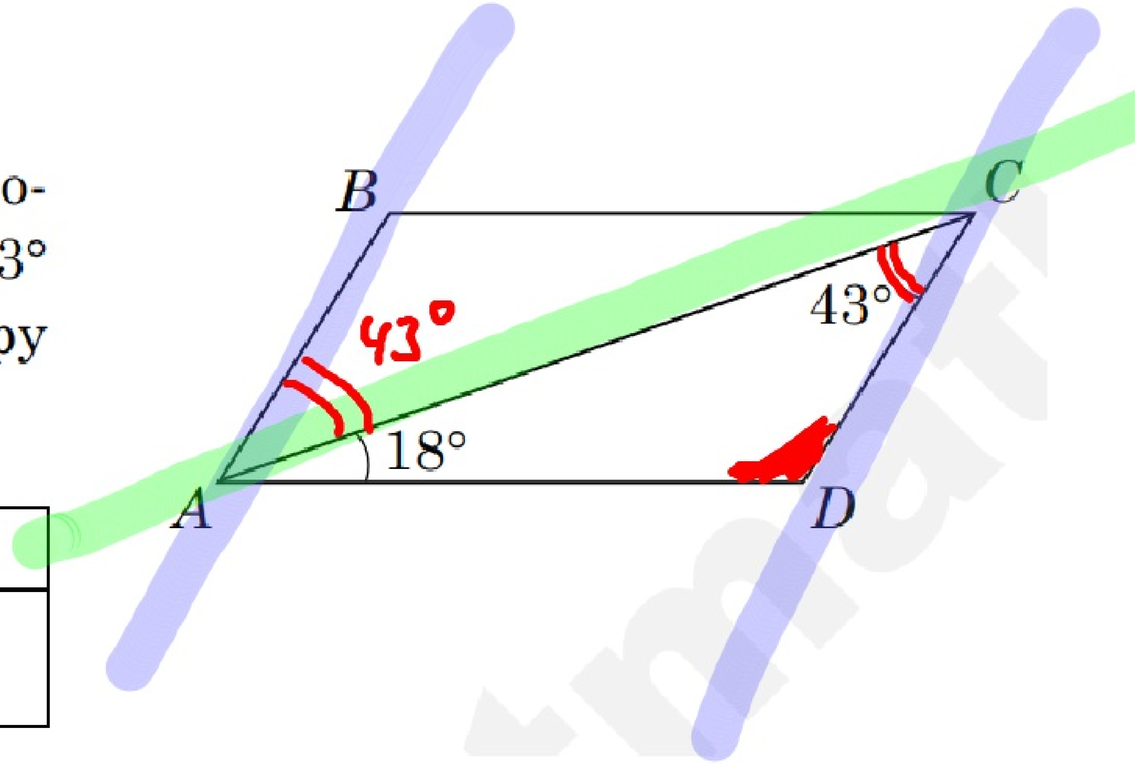
2. На діаграмі відображено результати опитування учнів щодо тривалості підготовки до контрольної роботи. Визначте кількість учнів, які готувалися до контрольної роботи ***не менш*** як 2 години.



Час, витрачений на підготовку до контрольної роботи, години

А	Б	В	Г	Д
13	9	11	20	16

3. У паралелограмі $ABCD$ діагональ AC утворює зі сторонами AD і CD кути 18° і 43° (див. рисунок). Визначте градусну міру *меншого* кута паралелограма.



А	Б	В	Г	Д
61°	72°	51°	47°	119°

4. Укажіть варіант, що *містить* корінь рівняння $2 - |x| = 0{,}1$.

А	Б	В	Г	Д
1	–1,9	–0,1	–3	2,1

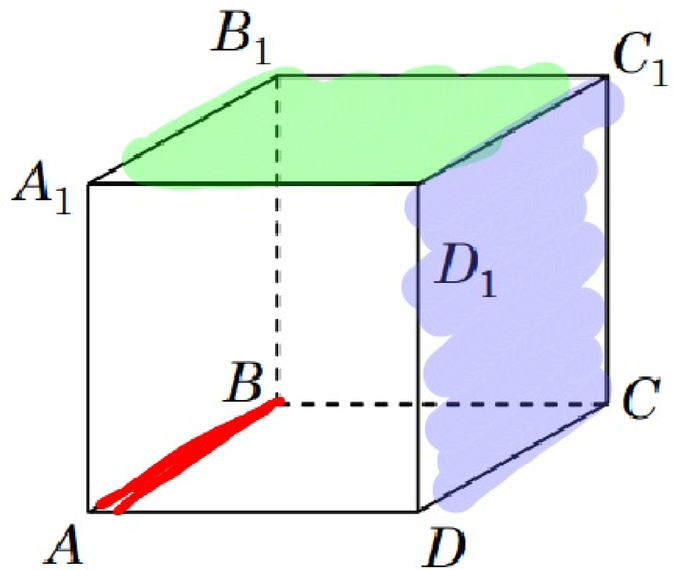
$-|x| = 0{,}1 - 2$

$-|x| = -1{,}9$

$|x| = 1{,}9$

$|-1{,}9| = 1{,}9$ $\qquad$ $|1{,}9| = 1{,}9$

5. На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Скільки всього є площин, що містять грані куба, паралельних прямій AB?



А жодної
Б лише одна
В лише дві
Г лише три
Д більше як три

6. Графік функції $y = x^3$ паралельно перенесли на 4 одиниці вниз уздовж осі y. Укажіть функцію, графік якої отримали в результаті цього перетворення.

А	Б	В	Г	Д
$y = x^3 - 4$	$y = (x - 4)^3$	$y = 4x^3$	$y = (x + 4)^3$	$y = x^3 + 4$

x^3 -3

3 f по y прав

$(x+4)^3$

3 x по x навп

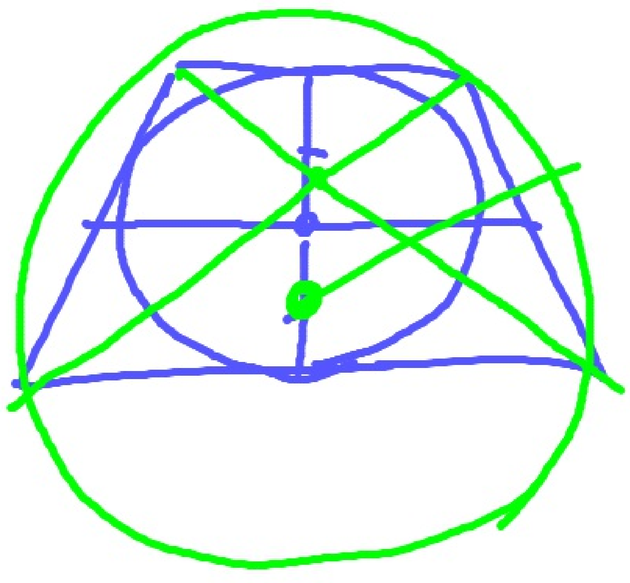
7. Які з наведених тверджень є правильними?

I. Центр кола, уписаного в трапецію, лежить на середній лінії трапеції.

II. Центр кола, уписаного в трапецію, збігається з точкою перетину діагоналей трапеції.

III. Центр кола, описаного навколо трапеції, обов'язково знаходиться на її більшій основі.

А	Б	В	Г	Д
лише I	лише II	лише III	лише I та II	лише I та III



8. Якщо $a = \dfrac{(b+c)\cdot d}{2}$, то $c =$

А	Б	В	Г	Д
$\dfrac{2a-b}{d}$	$\dfrac{2a+bd}{d}$	$\dfrac{a-bd}{2d}$	$\dfrac{2a-bd}{d}$	$\dfrac{2a+b}{d}$

$$\frac{2\cdot a}{d} = \frac{(b+c)\cdot d}{d}$$

$$b + c = \frac{2a}{d}$$

$$c = \frac{2a}{d} - \frac{b}{1}$$

$$c = \frac{2a - bd}{d}$$

9. Під час акції «Чорна П'ятниця» магазин пропонував знижку 70 % на всі чорні гаманці. Покупець заплатив 105 *грн* за чорний гаманець зі знижкою. Якою була початкова вартість цього гаманця до початку акції?

А	Б	В	Г	Д
150 *грн*	175 *грн*	255 *грн*	350 *грн*	455 *грн*

100% було

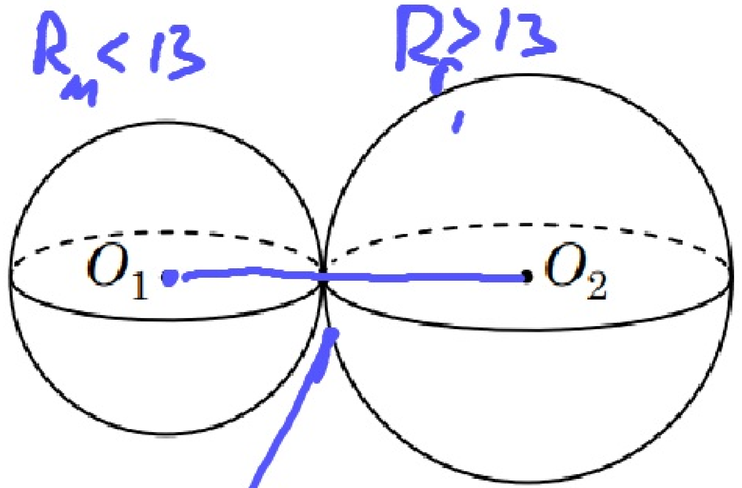
70 % зн

:3 (30 % зн — 105 грн) :3

10 % — 35

100 % — 350

10. У прямокутній системі координат у просторі задано кулі з центрами в точках $O_1(1; -4; 10)$ і $O_2(7; 4; -14)$, що мають зовнішній дотик (див. рисунок). Якому значенню серед наведених *може* дорівнювати радіус більшої кулі?



А	Б	В	Г	Д
10	12	17	26	13

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$O_1O_2 = \sqrt{(7-1)^2 + (4+4)^2 + (-14-10)^2} = \sqrt{36+64+576} = \sqrt{676}$

$6^2 \quad + \quad 8^2 \quad + \quad 24^2$

25

26

11. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-7} = \sqrt{3}$.

А	Б	В	Г	Д
(–7; –6)	(–6; 0)	(0; 1)	(1; 6)	(6; 7)

$\left(\frac{1}{3^1}\right)^{x-7} = \sqrt[2]{3^1}$

$(3^{-1})^{x-7} = 3^{\frac{1}{2}}$

$3^{-x+7} = 3^{0,5}$

$-x+7 = 0,5$

$-x = 0,5-7$

$-x = -6,5$

$x = 6,5$

Степені

$a^1 = a$, $a^n = \underbrace{a \cdot a \ldots \cdot a}_{n \text{ разів}}$ для $a \in R$, $n \in N$, $n \geqslant 2$

$a^0 = 1$, де $a \neq 0$ $\quad \sqrt{a^2} = |a|$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ для $a \neq 0$, $n \in N$

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$, $a > 0$, $m \in Z$, $n \in N$, $n \geqslant 2$

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ $\quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ $\quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$

$(ab)^x = a^x \cdot b^x$ $\quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$

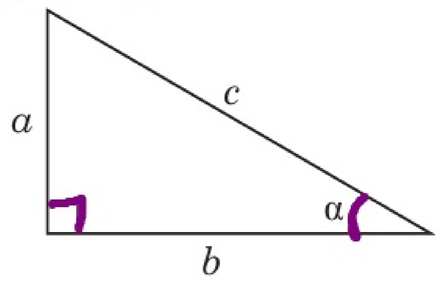
12. На стороні AD прямокутника $ABCD$ вибрано точку K так, що $KC = 6\sqrt{3}$, $\angle BKC = 90°$, $\angle ABK = 30°$ (див. рисунок). Визначте периметр прямокутника.

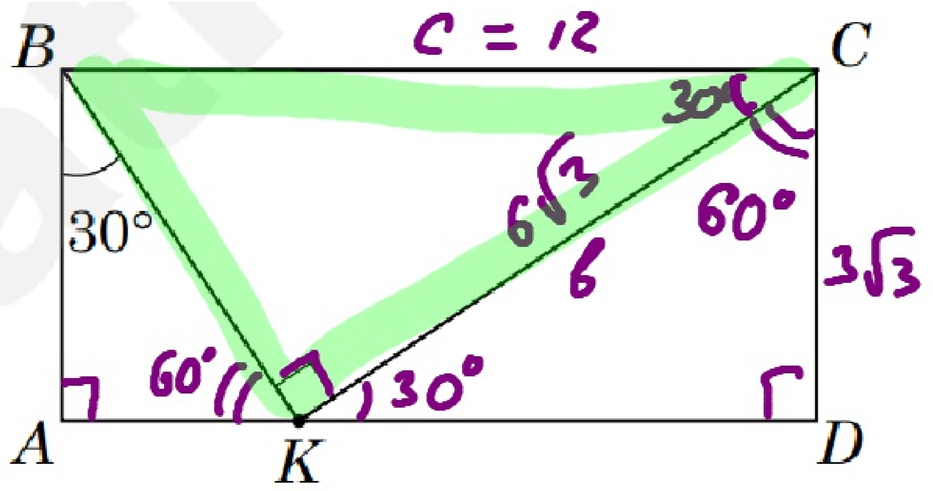
А $24 + 6\sqrt{3}$
Б 18
В 30
Г $24\sqrt{3} + 6$
Д 36

Прямокутний трикутник

$a^2 + b^2 = c^2$ (теорема Піфагора)

$\frac{b}{c} = \cos\alpha$ $\frac{a}{c} = \sin\alpha$ $\frac{a}{b} = \operatorname{tg}\alpha$





$\cos 30° = \frac{6\sqrt{3}}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{6\sqrt{3}}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $c = 12$

13. Знайдіть похідну функції $f(x) = 6x - 2\cos x$ в точці з абсцисою $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
$3\pi - 2$	6	$3\pi + 2$	4	8

$f' = 6 \cdot 1 + 2\sin x = 6 + 2\sin x$

$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 6 + 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 6 + 2 = 8$

Похідна функції

C, α – сталі

$(C)' = 0$

$x' = 1$

$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$

$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$(e^x)' = e^x$

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$

$(\sin x)' = \cos x$

$(\cos x)' = -\sin x$

$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

$(u + v)' = u' + v'$

$(u - v)' = u' - v'$

$(uv)' = u'v + uv'$

$(Cu)' = Cu'$

14. $\dfrac{20^7 \cdot 0{,}1^6}{4^5} =$

А	Б	В	Г	Д
10	$\frac{5}{2}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{20}$

$$\frac{(2\cdot 10)^7 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^6}{(2^2)^5} = \frac{2^7 \cdot 10^7 \cdot \frac{1}{10^6}}{2^{10}} = \frac{2^7 \cdot 10^1}{2^{10}} = \frac{2^7 \cdot 10}{2^7 \cdot 2^3} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

Степені

$a^1 = a,\ a^n = \underbrace{a \cdot a \ldots \cdot a}_{n \text{ разів}}$ для $a \in R,\ n \in N,\ n \geqslant 2$

$a^0 = 1$, де $a \neq 0$ $\quad \sqrt{a^2} = |a|$

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ для $a \neq 0,\ n \in N$

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m},\ a > 0,\ m \in Z,\ n \in N,\ n \geqslant 2$

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ $\quad \dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ $\quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$

$(ab)^x = a^x \cdot b^x$ $\quad \left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$

15. Розв'яжіть нерівність $\log_3(1-2x) < 2$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -4)$	$\left(4; \frac{1}{2}\right)$	$(-\infty; 4)$	$\left(-4; \frac{1}{2}\right)$	$(-4; +\infty)$

$\log_3(1-2x) < \log_3(3^2)$

$1-2x < 9$

$-2x < 9-1$

$-2x < 8 \quad | : (-2)$

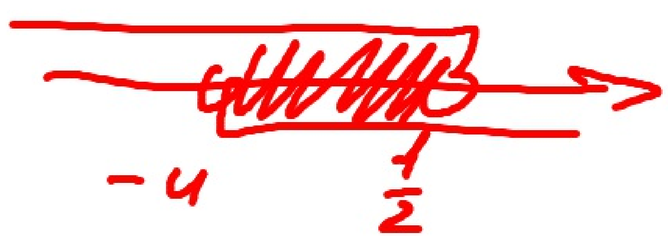
$x > -4$

ООЗ !

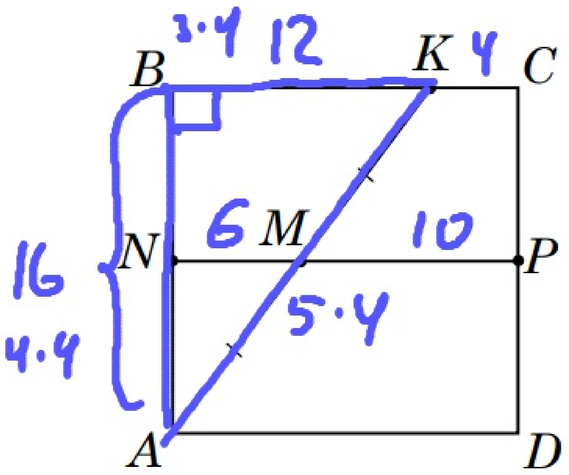
$1-2x > 0$

$-2x > -1$

$x < \frac{1}{2}$



16. На рисунку квадрат $ABCD$. На стороні BC вибрано точку K, так що $KC = 4$ *см*. Точка M – середина відрізка AK. Пряма, що проходить через точку M, паралельна стороні BC, і перетинає AB та CD в точках N і P відповідно. $NM = 6$ *см*. Узгодьте відрізок (1–3) із його довжиною (А – Д).



3 4 5

5 12 13

Відрізок		*Довжина відрізка*	
1	AB	**А**	10 *см*
2	MP	**Б**	12 *см*
3	AK	**В**	16 *см*
		Г	18 *см*
		Д	20 *см*

	А	Б	В	Г	Д
1			X		
2	X				
3					X

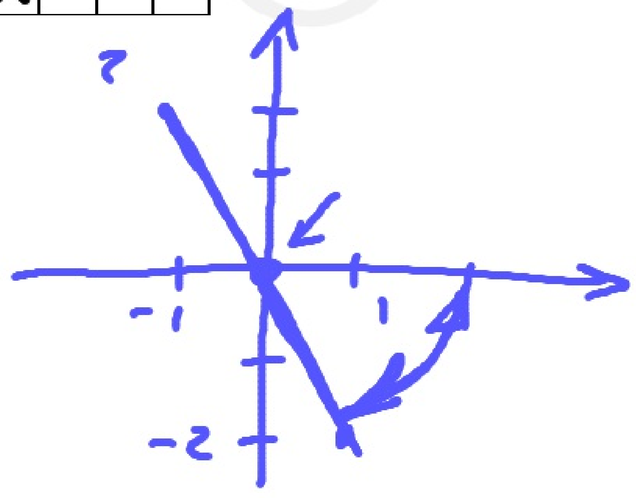
$12^2 + 16^2 = AK^2$

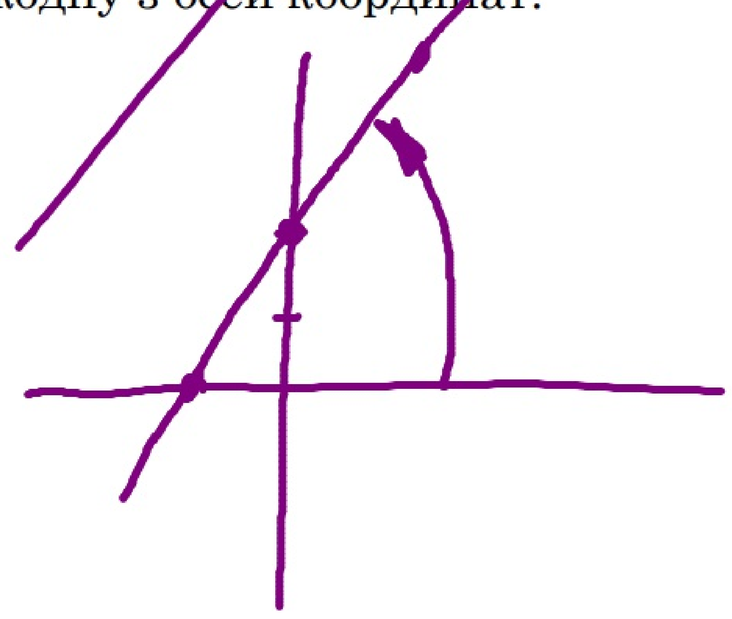
...

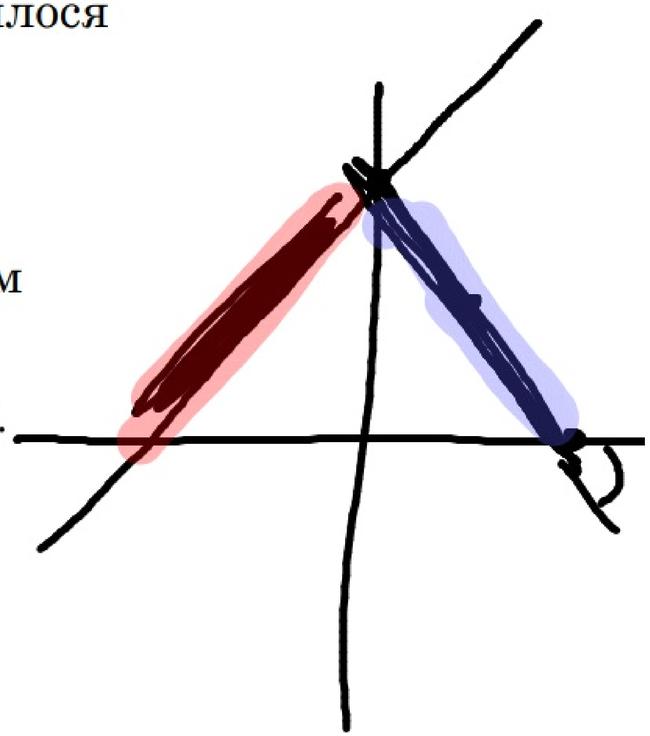
17. До кожного речення (1–3) доберіть його закінчення (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення	*Закінчення речення*
1 Пряма $y = -2x$	А утворює гострий кут із додатним напрямком осі x.
2 Пряма $y = 2x + 2$	Б симетрична прямій $y = 2x + 4$ відносно осі y.
3 Пряма $y = -2x + 4$	В є паралельною прямій $y = x$.
	Г проходить через початок координат.
	Д не перетинає жодну з осей координат.

	А	Б	В	Г	Д
1	?			X	
2	X				
3	?	X			







18. Число $\varphi = \dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$ називають золотим перетином, яке тісно пов'язане з послідовністю чисел Фібоначчі. Узгодьте вираз (1–3) та проміжок (А – Д), якому належить значення цього виразу.

Вираз	*Проміжок*
1 φ^0	**А** $(-\infty; -1]$
2 $(\sqrt{5}-1)\,\varphi$	**Б** $(-1; 0]$
3 $\log_{\frac{1}{5}}(2\varphi - 1)$	**В** $(0; 1]$
	Г $(1; 2]$
	Д $(2; +\infty)$

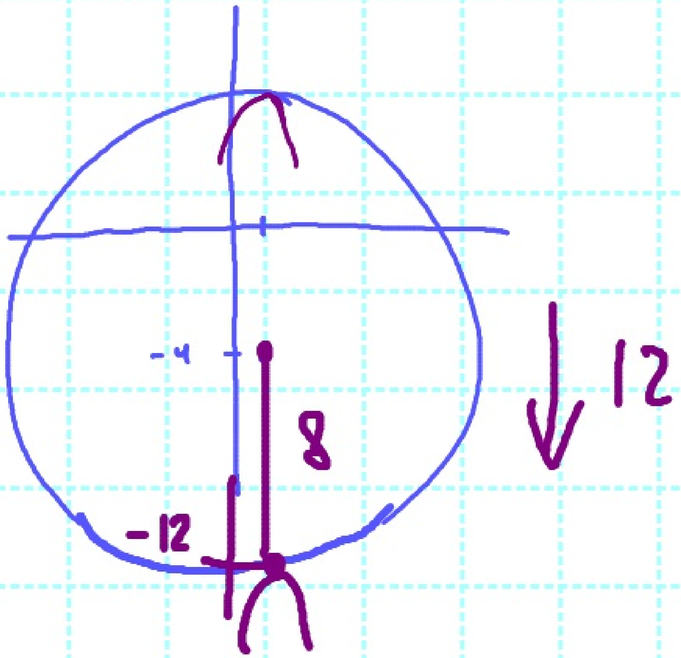
	А	Б	В	Г	Д
1			X		
2				X	
3		X			

19. Визначте значення a, за якого система рівнянь $\begin{cases} y+(x-1)^2=5a, \\ x^2-2x+y^2+8y=47 \end{cases}$ має єдиний розв'язок.

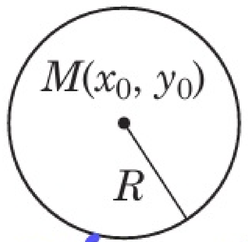
Відповідь: $\square\square-2,4\square\square$

$x^2-2x+1+y^2+8y+16=47+1+16$

$(x-1)^2+(y+4)^2=64$



Коло



$L = 2\pi R$

$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=R^2$

$M(1;-4)$ $R=8$

$y=5a-(x-1)^2$

$x^2 \to (x-1)^2$

$-(x-1)^2-12$

$5a=-12$ $a=\frac{-12}{5}=\frac{-24}{10}$

$-(x-1)^2$

20. Функція $f(x)$ є парною, а функція $g(x)$ – непарна. Обчисліть значення виразу $\frac{4g(-x_0)+2f(x_0)}{5f(-x_0)}$, якщо $f(x_0)=1$, а $g(x_0)=-3$.

Відповідь: 2,8

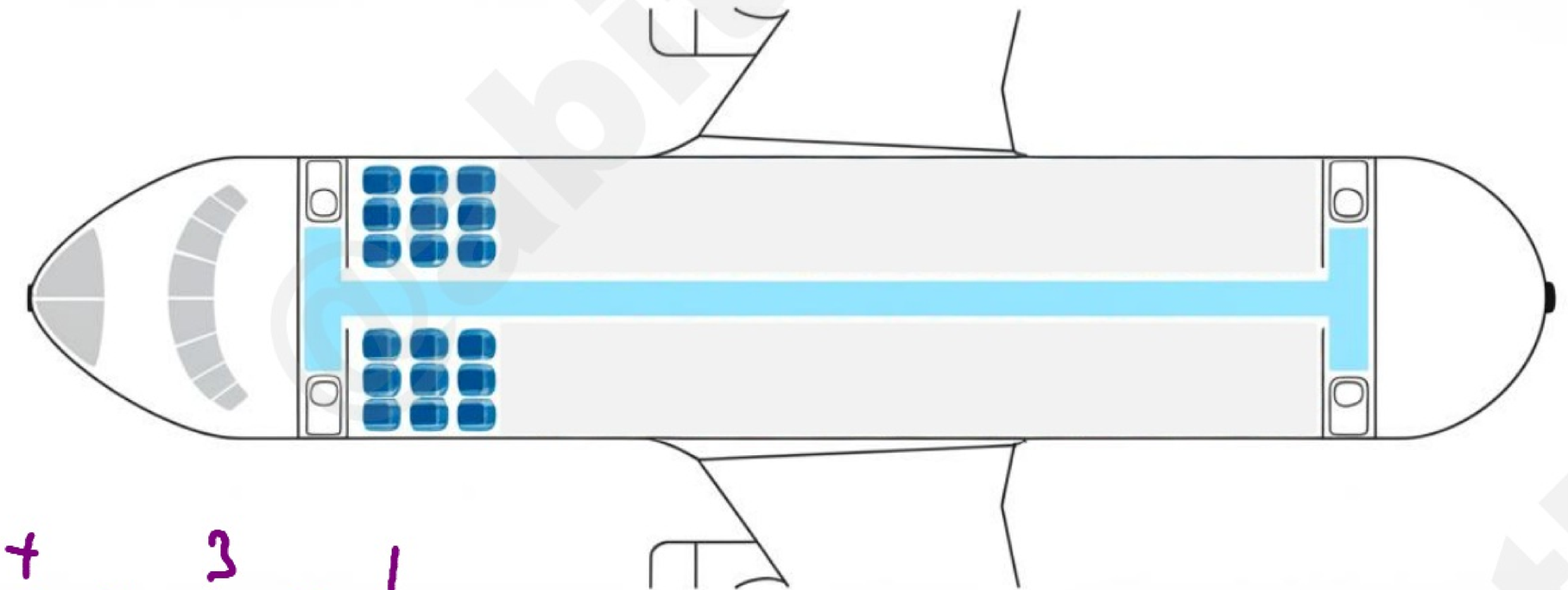
$f(-x_0) = f(x_0) = 1$

$g(-x_0) = -g(x_0) = +3$

$$\frac{4\cdot(+3)+2\cdot 1}{5\cdot 1} = \frac{12+2}{5} = \frac{14}{5} = \frac{28}{10} = 2,8$$

21. У салоні пасажирського літака n рядів, у кожному з яких розташовано по 6 крісел (по 3 крісла обабіч проходу) (див. рисунок). Реєструючи пасажира, електронна система навмання вибирає для нього посадкове місце. Імовірність того, що першому зареєстрованому пасажиру дістанеться місце в перших трьох рядах, дорівнює $\frac{1}{14}$. Знайдіть n.

Відповідь: 42



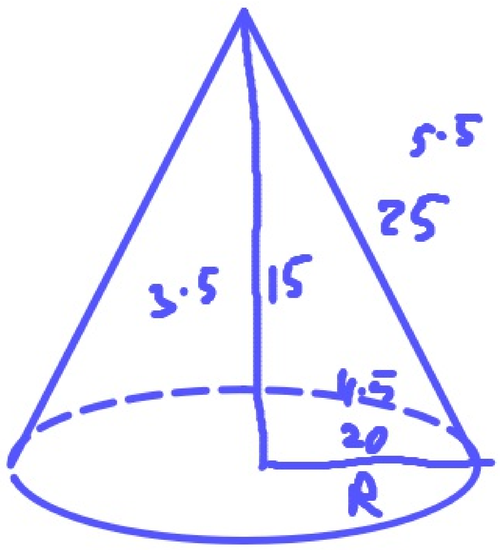
$$P = \frac{4}{3a2} = \frac{3}{n} = \frac{1}{14}$$

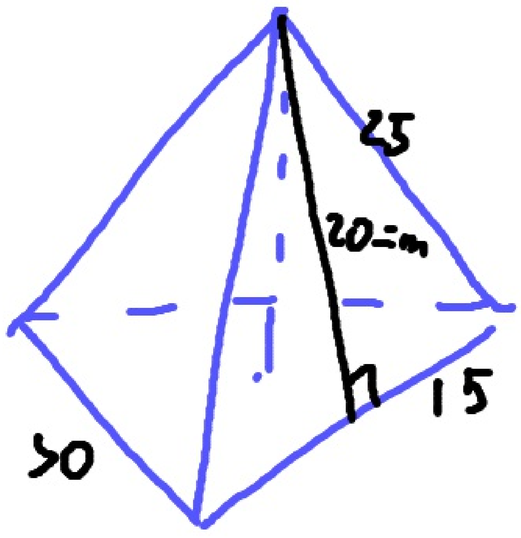
$n = 42$

22. Твірна конуса і бічне ребро правильної трикутної піраміди дорівнює 25 *см*. Апофема піраміди дорівнює радіусу основи конуса. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди (у $см^2$), якщо площа бічної поверхні конуса дорівнює 500π $см^2$.

Відповідь: ☐5☐0☐0, ☐☐☐

$S_{\text{б}} = \frac{1}{2} P_{\text{о}} \cdot m = \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot 20^{10} =$





$S_{\text{б}} = \pi R l = 500\pi$

$\pi \cdot R \cdot 25 = 500\pi$

$R = 20$